

《大学物理实验》实验报告

院系：22 级少年班学院

学号：PB22000195

实验人姓名：王元叙
实验时间：3 月 28 日

实验一 单摆法测量重力加速度

实验目的

- 1) 利用经典单摆周期公式和给出的实验器材测量本地的重力加速度 g 。
- 2) 学会应用误差均分原则选用适当的仪器和测量方法。
- 3) 使用累积放大法减小时间测量的误差。
- 4) 分析基本误差的来源，提出进行修正和估算的方法。

实验仪器

提供的器材及参数：

游标卡尺, 米尺, 电子秒表, 支架, 细线, 钢球, 摆幅测量标尺

摆球直径 $D \approx 2.00\text{cm}$, 卷尺精度 $\Delta_{\text{尺}} \approx 0.2\text{cm}$, 卡尺精度 $\Delta_{\text{卡}} \approx 0.002\text{cm}$,
千分尺精度 $\Delta_{\text{千}} \approx 0.001\text{cm}$, 秒表精度 $\Delta_{\text{秒}} \approx 0.01\text{s}$, 人开、停秒表总反应时间 $\Delta_{\text{人}} \approx 0.2\text{s}$ 。

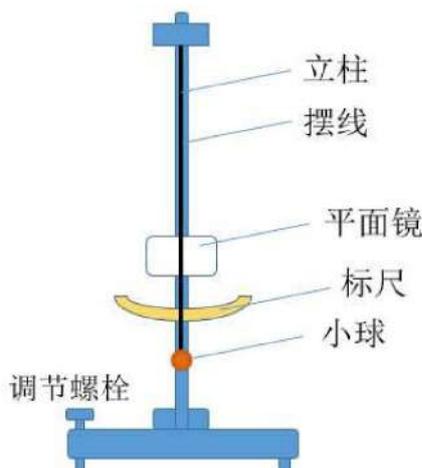


图 1: 单摆测重力加速度实验装置

实验原理

1. 单摆法基本原理

理想单摆周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left(1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]}$$

在本实验中, $\Delta g/g < 1\%$, 故摆球的几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角等因素对测量造成的修正项均是高阶小量, 可忽略。

由一级单摆近似周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ 得:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \quad (*)$$

通过测量单摆周期 T , 摆长 L , 求出重力加速度 g 的大小。

2. 利用不确定度均分原理设计

对 (*) 式按最大不确定度估算, 有

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta T}{T}$$

故在一定范围内增大摆长 L 可以减小误差, 提高测量精度。

根据实验仪器说明, $50\text{cm} < L < 100\text{cm}$, 而为了减小摆球直径对摆长的影响, 同时防止周期过长影响实验, 故选用 $L \approx 75\text{cm}$, 估测 $T \approx 1.75\text{s}$ 。

考虑到 $L = l + D/2$, 由不确定度均分原理,

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta l + \Delta D/2}{l + D/2} < 0.5\%, \quad 2\frac{\Delta T}{T} < 0.5\%.$$

将 $L = l + D/2$ 和 $\Delta T = \Delta_{\text{秒}} + \Delta_{\text{人}}$ 的粗测值代入, 于是要求

$$\Delta l < 0.5\% \times l \approx 0.35\text{cm},$$

$$\Delta D < 0.5\% \times 2D \approx 0.2\text{mm},$$

$$T_{\text{测}} > 2\Delta T/0.5\% \approx 84\text{s} \approx 50T.$$

使用钢卷尺测量摆长, 不需要用游标卡尺测量摆球直径, 可直接对摆长进行测量。摆动时间测量 50 个周期。

实验步骤

1. 按照实验要求组装好实验仪器, 将电子秒表归零;
2. 多次 (本实验中 5 次) 测量摆球直径, 摆线长度;
3. 将摆球拉离平衡位置且无初速度释放, 使其小角度 (小于 5 度) 在平面内摆动, 尽量避免出现圆锥摆;
4. 多次 (本实验中 5 次) 用电子秒表测量单摆 50 次全振动所需时间;
5. 整理仪器, 并打乱支架平衡、标尺及平面镜位置;
6. 记录并分析处理数据, 进行误差分析, 计算重力加速度 g 。

实验数据

测量序号	1	2	3	4	5	平均
L/cm	68.10	68.00	67.95	68.00	68.03	68.016
$T_{\text{测}}/\text{s}$	82.84	82.88	83.00	83.00	82.85	82.915
T/s	1.6568	1.6576	1.6600	1.6600	1.6570	1.6583

表 1: 原始数据

结果分析

摆线长度 l 的平均值

$$\bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i = \frac{68.10 + 68.00 + 67.95 + 68.00 + 68.03}{5} \text{ cm} = 68.016 \text{ cm}$$

摆长 L 的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_l &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (l_i - \bar{l})^2} \\ &= 0.055045 \text{ cm}\end{aligned}$$

摆长 L 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,l} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.05^2} \text{ cm} = 0.20616 \text{ cm}$$

摆长 L 的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{l,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,l}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(2.78 \times \frac{0.055045}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.20616}{3}\right)^2} \text{ cm} \\ &= 0.15108 \text{ cm}, P = 0.95\end{aligned}$$

周期 T 的平均值

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \frac{1.6568 + 1.6576 + 1.6600 + 1.6600 + 1.6570}{5} \text{ s} = 1.6583 \text{ s}$$

周期 T 的标准差

$$\begin{aligned}\sigma_T &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2} \\ &= 0.0015975 \text{ s}\end{aligned}$$

周期 T 的 B 类不确定度

$$\Delta_{B,T} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} = \sqrt{0.0002^2 + 0.004^2} \text{ s} = 0.004005 \text{ s}$$

周期 T 的展伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{T,P} &= \sqrt{\left(t_P \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_P \frac{\Delta_{B,T}}{C}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(2.78 \times \frac{0.0015975}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.004005}{3}\right)^2} \text{ s} \\ &= 3.285 \times 10^{-3} \text{ s}, P = 0.95\end{aligned}$$

根据经典的单摆公式, 重力加速度 g

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times 0.68016}{1.6583^2} \text{ m/s}^2 = 9.7646 \text{ m/s}^2$$

综上所述，重力加速度 g 的延伸不确定度

$$\begin{aligned}U_{g,P} &= \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial L}U_{L,P}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}U_{T,P}\right)^2} \\&= \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}U_{L,P}\right)^2 + \left(-\frac{8\pi^2 L}{T^3}U_{T,P}\right)^2} \\&= \sqrt{\left(\frac{4 \times \pi^2}{1.6583^2} \times 0.0015108\right)^2 + \left(-\frac{8 \times \pi^2 \times 0.68016}{1.6583^3} \times 0.003285\right)^2} \text{ m/s}^2 \\&= 0.044352 \text{ m/s}^2, P = 0.95\end{aligned}$$

重力加速度 g 最终结果：

$$g = (9.76 \pm 0.04) \text{ m/s}^2, P = 0.95$$

由此可知测量结果中 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ 符合实验设计的条件。

思考题

讨论 分析实验测量误差的主要来源，提出可能的改进方案。

1. 使用人开、停秒表导致较大误差，应当改进为使用光电门自动对摆进行计数。
2. 考虑在单摆周期公式计算角度的一阶小量得到 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$ ，可知起摆角度过大导致测量结果偏小。使用修正后的公式带入 $\theta = 5^\circ$ 进行修正得到 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ ，更接近合肥地区参考重力加速度 $g = 9.7947 \text{ m/s}^2$ 。本实验中，起摆时角度达到 5° 左右造成较大误差，应当减小摆动角度改为 3.5° 。
3. 起摆时有垂直平面方向的微小扰动，产生圆锥摆现象造成测量重力加速度结果较大。应当在起摆后观察几个周期确保并无明显圆锥摆现象后，待摆动稳定再开始测量周期。
4. 摆线不细而导致重力中心高度误差：当摆线较粗或者有扭曲时，摆的实际重心位置可能偏高或偏低，从而导致重力加速度的计算误差。应当使用细而直的摆线，或者对摆线进行光滑处理，以确保摆的中心位置与摆线垂线的交点精确可靠。
5. 空气阻力对实验结果影响较大。应当确保尽量减小摆球的空气阻力，尽可能在室内无风环境下进行实验，使用光滑的球面，或者对摆球进行表面涂层等。

《大学物理实验》实验报告

院系：22 级少年班学院

学号：PB22000195

实验人姓名：王元叙

实验时间：3 月 28 日

实验二 自由落体法测量重力加速度

实验目的

利用物体仅在重力作用下作自由落体运动测量本地重力加速度 g

实验仪器

自由落体实验装置见下图。立柱底座的调节螺栓用于调节竖直，立柱上端有一电磁铁，用于吸住小钢球。电磁铁一旦断电，小球即作自由落体运动。由于电磁铁有剩磁，因此小球下落的初始时间不准确（最大不确定度约 20 ms）。立柱上装有两个可上下移动的光电门，其位置可利用立柱上标定的刻度读出。数字毫秒计显示 3 个值，分别对应：从电磁铁断电到小球通过光电门 1 的时间差、从电磁铁断电到小球通过光电门 2 的时间差、小球通过两个光电门的时间差，单位为 ms。

实验原理

根据牛顿运动定律，自由落体的运动方程为：

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (**)$$

其中 h 是下落距离， t 是下落时间。但在实际工作中， t 的测量精度不高，利用 (**) 式很难精确测量重力加速度 g 。本实验用卷尺测 h ，采用双光电门法测 t ，其原理见图 1。光电门 1 的位置固定，即小球通过光电门 1 时的速度 v_0 保持不变，小球通过光电门 1 与光电门 2 的高度差为 h_i ，时间差为 t_i ，改变光电门 2 的位置，则有：

$$\begin{aligned} h_1 &= v_0 t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2 \\ h_2 &= v_0 t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 \\ &\dots\dots \\ h_i &= v_0 t_i + \frac{1}{2}gt_i^2 \end{aligned}$$

两端同时除以 t_i ：

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= \frac{h_1}{t_1} = v_0 + \frac{1}{2}gt_1 \\ \bar{v}_2 &= \frac{h_2}{t_2} = v_0 + \frac{1}{2}gt_2 \\ \bar{v}_i &= \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i \end{aligned}$$

测出系列 h_i, t_i ，利用线性拟合即可求出当地的重力加速度 g 。

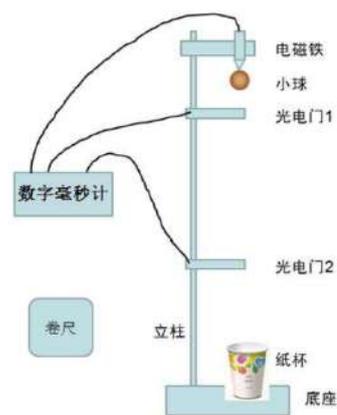


图 2: 单摆测重力加速度实验装置

实验步骤

1. 利用铅锤线调整立柱使其垂直于地面，并使光电门与水平地面平行，固定光电门 1，接下来光电门 1 位置不变。打开数字毫秒计，重置后将小球吸于电磁铁上；
2. 先根据立柱上的刻度测出光电门 1 与光电门 2 的高度。接着待小球稳定，让电子毫秒计开始工作（即让电磁铁消磁）。纸杯接住落下的小球，在毫秒计显示屏上读数，依次记下通过光电门 1、2 的时间与时间差；
3. 调整光电门 2 的高度，重复以上过程 6 次；
4. 整理仪器，并打乱底座平衡、标尺，断开电源；
5. 记录并分析处理数据，进行误差分析，计算重力加速度 g 。

实验数据

测量序号	1	2	3	4	5	6
L_1/cm	20	20	20	20	20	20
L_2/cm	50	55	60	65	70	75
$\Delta T/\text{ms}$	116.2	131.4	146.2	160.4	174.1	187.3

表 2: 原始数据

结果分析

利用公式 $v_i = \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i$ ，使用线性拟合方法。

得到斜率、截距分别为

$$k = 4.9595 \text{ m/s}^2, b = 2.009 \text{ m/s}$$

线性拟合的相关系数

$$r = \frac{\overline{tv} - \bar{t} \cdot \bar{v}}{\sqrt{(\overline{t^2} - \bar{t}^2)(\overline{v^2} - \bar{v}^2)}} = 0.99983861$$

斜率标准不确定度

$$u_k = |\bar{k}| \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right) / (n - 2)} = 0.044556 \text{ m/s}^2$$

截距标准不确定度

$$u_b = u_k \cdot \sqrt{\bar{t}^2} = 0.006885 \text{ m/s}$$

重力加速度

$$g = 2k = 2 \times 4.9595 \text{ m/s}^2 = 9.9191 \text{ m/s}^2$$

于是得到本地重力加速度测量值为

$$g = (9.91 \pm 0.04) \text{ m/s}^2$$

作图如下：

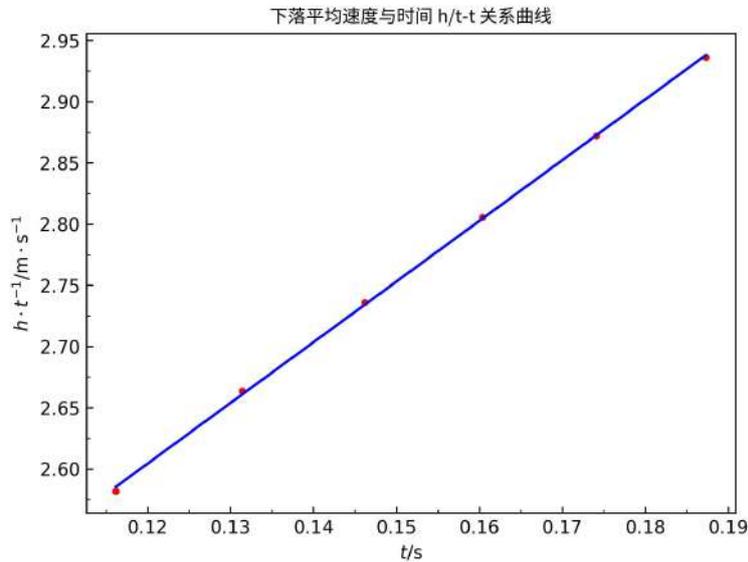


图 3: 自由落体测重力加速度线性拟合图示

思考题

讨论 在实际工作中，为什么利用 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 很难精确测量重力加速度 g ？

直接使用该公式测量重力加速度，需要确保的是开始计时的时候正好就是小球刚开始下落的时候。比如在该实验装置中，打开计时器后有剩磁，消磁时间是不可知的，故难以确定下落的初始时间，并且最开始一段距离的运动并不是自由落体运动。

讨论 为了提高测量精度，光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取？

光电门 1 与顶部的距离不宜过短，防止开始运动时在电磁铁的剩磁作用下，小球并未开始做自由落体运动使测量结果不准确；同时不应当过长，防止速度过大、空气阻力作用与小球使相对误差增大。本实验中我选取 20cm。

同样是出于减小空气阻力作用于小球带来的误差的原因，光电门 2 与光电门 1 的距离同样不应当过长。但是该距离也不应当过短，否则在时间与长度不确定度不变的情况下，相对误差显著增大，使得测量数据产生较大的误差。本实验中选取 30cm-55cm。

讨论 利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度 g 的实验方案吗？

由于实验室器材的限制，一种可行方式是保持光电门 2 不动，改变光电门 1 位置，同样使用线性回归方法测量重力加速度。

如果光电门可以连接其他电子器件，则可以测出小球半径后，利用同一个光电门读出小球经过光电门的时间，近似计算出小球经过光电门时的瞬时速度。以相同的条件释放，同时多次改变光电门的位置，从而得出小球在各个高度的瞬时速度，利用线性拟合的方法也可求出重力加速度的值。