



大学物理-基础实验 | 数据分析

姓名 王元叙
学号 PB22000195
班级 22 级少年班学院 5 班
日期 2023 年 5 月 10 日

落球法测定液体的粘度

1 基础实验数据分析

1.1 实验环境参数

表 1 圆筒直径、蓖麻油密度、高度、温度、匀速下降区长度

2R/cm	8.136	8.138	8.144
h/cm	41.33	41.35	41.35
$\rho_0/10^3\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	0.9541	0.9547	0.9545
l/cm	18.81	18.81	18.79
T/°C	27.35	27.41	27.57

三种不同直径球的共同匀速下降区 l 的平均值为

$$\bar{l} = \frac{18.81 + 18.82 + 18.79}{3} \text{ cm} = 18.807 \text{ cm}$$

容器半径 R 的平均值为

$$\bar{R} = \frac{8.136 + 8.138 + 8.144}{2 \times 3} \text{ cm} = 4.0697 \text{ cm}$$

蓖麻油高度 h 的平均值为

$$\bar{h} = \frac{41.61 + 41.60 + 41.60}{3} \text{ cm} = 41.343 \text{ cm}$$

蓖麻油密度 ρ_0 的平均值为

$$\bar{\rho}_0 = \frac{0.9541 + 0.9547 + 0.9545}{3} \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} = 0.95443 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

蓖麻油温度 T 的平均值为

$$\bar{T} = \frac{27.35 + 27.41 + 27.57}{3} \text{ }^\circ\text{C} = 27.457^\circ\text{C}$$

1.2 粘度系数测量原始数据

表 2 利用球体测定液体的粘度系数原始数据记录

大球 d/cm	0.3492	0.3491	0.3495	0.3491	0.3488	0.3494
中球 d/cm	0.2992	0.2991	0.2989	0.2997	0.2995	0.2993
小球 d/cm	0.2001	0.2003	0.2005	0.2004	0.1998	0.2001
大球 m/g	0.1800	0.1792	0.1797	0.1792	0.1801	0.1796
中球 m/g	0.1129	0.2238	0.1133	0.1129	0.1128	0.1132
小球 m/g	0.0344	0.0335	0.0341	0.0343	0.0341	0.0343
大球 t/s	2.38	2.36	2.48	2.47	2.54	2.44
大球 t/s	3.32	3.26	3.34	3.20	3.34	3.34
大球 t/s	7.24	6.95	6.98	7.26	6.88	6.95

1.3 利用大球测定液体的粘度系数

大球直径 d 的平均值为

$$\bar{d} = \frac{0.3492 + 0.3491 + 0.3495 + 0.3491 + 0.3488 + 0.3494}{6} \text{ cm} = 0.34918 \text{ cm}$$

质量 m 的平均值为

$$\bar{m} = \frac{0.1800 + 0.1792 + 0.1797 + 0.1792 + 0.1801 + 0.1796}{6} \text{ g} = 0.17963 \text{ g}$$

计算得其密度 ρ 为

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\bar{d}}{2}\right)^3} = \frac{0.17963}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times \left(\frac{0.34918}{2}\right)^3} \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 8.058 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

其通过匀速下降区 l 的平均时间 t 为

$$\bar{t} = \frac{2.28 + 2.36 + 2.48 + 2.47 + 2.54 + 2.44}{6} \text{ s} = 2.428 \text{ s}$$

所以其匀速下降的速度 v 为

$$v = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = \frac{18.807}{2.428} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 7.746 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

因此，其粘滞系数 η_0 为

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{1}{18} \frac{(\rho - \bar{\rho}_0) g \bar{d}^2}{v \left(1 + 2.4 \frac{\bar{d}}{2R}\right) \left(1 + 3.3 \frac{\bar{d}}{2h}\right)} \\ &= \frac{1}{18} \times \frac{(8.058 - 0.95443) \times 9.795 \times 3.4918^2}{7.746 \times \left(1 + 2.4 \times \frac{3.4918 \times 10^{-1}}{2 \times 4.0697}\right) \times \left(1 + 3.3 \times \frac{3.4918 \times 10^{-1}}{2 \times 41.343}\right)} \times 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s} = 0.5440 \text{ Pa} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

计算其雷诺数

$$R_e = \frac{\bar{d} v \bar{\rho}_0}{\eta_0} = \frac{3.4918 \times 7.746 \times 0.95443}{0.5440} \times 10^{-2} = 0.4745$$

其雷诺数 $0.5 > R_e > 0.1$ 因此需要进行一次修正，得到修正后的粘滞系数 η_1 为

$$\eta_1 = \eta_0 - \frac{3}{16} \bar{d} v \bar{\rho}_0 = 0.5182 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

1.4 利用中球测定液体的粘度系数

中球直径 d 的平均值为

$$\bar{d} = \frac{0.2992 + 0.2991 + 0.2989 + 0.2997 + 0.2995 + 0.2993}{6} \text{ cm} = 0.29928 \text{ cm}$$

质量 m 的平均值为

$$\bar{m} = \frac{0.1129 + 0.1138 + 0.1133 + 0.1129 + 0.1128 + 0.1132}{6} \text{ g} = 0.11315 \text{ g}$$

计算得其密度 ρ 为

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\bar{d}}{2}\right)^3} = \frac{0.11315}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times \left(\frac{0.29928}{2}\right)^3} \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 8.061 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

其通过匀速下降区 l 的平均时间 t 为

$$\bar{t} = \frac{3.31 + 3.26 + 3.34 + 3.20 + 3.34 + 3.34}{6} \text{ s} = 3.298 \text{ s}$$

所以其匀速下降的速度 v 为

$$v = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = \frac{18.807}{3.298} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 5.718 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

因此, 其粘滞系数 η_0 为

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{1}{18} \frac{(\rho - \rho_0) g \bar{d}^2}{v \left(1 + 2.4 \frac{\bar{d}}{2R}\right) \left(1 + 3.3 \frac{\bar{d}}{2h}\right)} \\ &= \frac{1}{18} \times \frac{(8.061 - 0.95443) \times 9.795 \times 2.9928^2}{5.718 \times \left(1 + 2.4 \times \frac{2.9928 \times 10^{-1}}{2 \times 4.0697}\right) \times \left(1 + 3.3 \times \frac{2.9928 \times 10^{-1}}{2 \times 41.343}\right)} \times 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s} = 0.5500 \text{ Pa} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

计算其雷诺数

$$R_e = \frac{\bar{d} v \rho_0}{\eta_0} = \frac{2.9928 \times 5.718 \times 0.95443}{0.5500} \times 10^{-2} = 0.3241$$

其雷诺数 $0.5 > R_e > 0.1$ 因此需要进行一次修正, 得到修正后的粘滞系数 η_1 为

$$\eta_1 = \eta_0 - \frac{3}{16} \bar{d} v \rho_0 = 0.5194 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

1.5 利用小球测定液体的粘度系数

小球直径 d 的平均值为

$$\bar{d} = \frac{0.2001 + 0.2003 + 0.2005 + 0.2004 + 0.1998 + 0.2001}{6} \text{ cm} = 0.20020 \text{ cm}$$

质量 m 的平均值为

$$\bar{m} = \frac{0.0344 + 0.0335 + 0.0341 + 0.0343 + 0.0341 + 0.0343}{6} \text{ g} = 0.03412 \text{ g}$$

计算得其密度 ρ 为

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\bar{d}}{2}\right)^3} = \frac{0.03412}{\frac{4}{3} \times 3.1416 \times \left(\frac{0.20020}{2}\right)^3} \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 8.121 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

其通过匀速下降区 l 的平均时间 t 为

$$\bar{t} = \frac{7.24 + 6.95 + 6.98 + 7.26 + 6.88 + 6.95}{6} \text{ s} = 7.043 \text{ s}$$

所以其匀速下降的速度 v 为

$$v = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = \frac{18.807}{7.043} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 2.670 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

因此，其粘滞系数 η_0 为

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{1}{18} \frac{(\rho - \rho_0) g \bar{d}^2}{v \left(1 + 2.4 \frac{\bar{d}}{2R}\right) \left(1 + 3.3 \frac{\bar{d}}{2h}\right)} \\ &= \frac{1}{18} \times \frac{(8.121 - 0.95443) \times 9.795 \times 2.0020^2}{2.670 \times \left(1 + 2.4 \times \frac{2.0020 \times 10^{-1}}{2 \times 4.0697}\right) \times \left(1 + 3.3 \times \frac{2.0020 \times 10^{-1}}{2 \times 41.343}\right)} \times 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s} = 0.5484 \text{ Pa} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

计算其雷诺数

$$R_e = \frac{\bar{d} v \rho_0}{\eta_0} = \frac{2.0020 \times 2.670 \times 0.95443}{0.5484} \times 10^{-2} = 0.0930$$

其雷诺数 $R_e < 0.1$ ，因此不需要进行修正。

2 进阶实验

2.1 利用圆柱体测定液体的粘度系数

表 3 利用圆柱体测定液体的粘度系数原始数据

圆柱 h/cm	0.4889	0.4962	0.5141	0.5110	0.5098	0.4959
圆柱 d/cm	0.3082	0.2869	0.3003	0.2975	0.3033	0.2879
圆柱 m/g	0.2449	0.2682	0.2758	0.2678	0.2759	0.2693
圆柱 t/s	1.96	2.20	2.27	2.10	2.10	2.07

圆柱体直径 d 的平均值为

$$\bar{d} = \frac{0.3082 + 0.2869 + 0.3003 + 0.2879 + 0.2975 + 0.3033}{6} \text{ cm} = 0.29735 \text{ cm}$$

高度 h 的平均值为

$$\bar{h} = \frac{0.4889 + 0.4962 + 0.5141 + 0.5110 + 0.5098 + 0.4959}{6} \text{ cm} = 0.50265 \text{ cm}$$

质量 m 的平均值为

$$\bar{m} = \frac{0.2449 + 0.2682 + 0.2758 + 0.2678 + 0.2759 + 0.2693}{6} \text{ g} = 0.26698 \text{ g}$$

计算得其密度 ρ 为

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\pi \bar{h} \left(\frac{\bar{d}}{2}\right)^2} = \frac{0.26698}{3.1416 \times 0.50265 \times \left(\frac{0.29735}{2}\right)^2} \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 7.649 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

其通过匀速下降区 l 的平均时间 t 为

$$\bar{t} = \frac{1.96 + 2.20 + 2.27 + 2.10 + 2.10 + 2.07}{6} \text{ s} = 2.117 \text{ s}$$

所以其匀速下降的速度 v 为

$$v = \frac{\bar{l}}{\bar{t}} = \frac{18.807}{2.117} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 8.884 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

参考【周群. $1 \gg d$ 的圆柱体在黏性液体中的下落的探究 [J]. 科学时代 (上半月), 2011(1):114-115.】中扁球流函数, 将圆柱近似为以 H 为长轴、 D 为短轴的椭圆体, 其以速度 v 下降时在液体中受到的阻力为

$$F_E = \frac{8\pi\eta v\sqrt{H^2 - D^2}}{(\tau^2 + 1) \operatorname{arccoth} \tau - \tau}$$

当圆柱体开始作匀速下降时, 有

$$mg = \rho_0 Vg + F_E$$

其中, m V 为圆柱体的质量、体积。再考虑到容器壁的影响, 对 F_E 作修正, 粘滞系数为

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0) g D^2 \tau [(\tau^2 + 1) \operatorname{arccoth} \tau - \tau]}{32v}$$

其中, 特征值

$$\tau = \left[1 - \left(\frac{\bar{D}}{\bar{H}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = \left[1 - \left(\frac{0.29735}{0.50265} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = 1.240$$

所以粘滞系数为

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \frac{(\bar{\rho} - \bar{\rho}_0) g \bar{D}^2 \tau [(\tau^2 + 1) \operatorname{arccoth} \tau - \tau]}{32\bar{v}} \\ &= \frac{(7.649 - 0.95443) \times 9.795 \times 2.9735^2 \times 1.240 \times [(1.240^2 + 1) \times \operatorname{arccoth} 1.240 - 1.240]}{32 \times 8.884} \times 10^{-1} \text{ Pa} \cdot \text{s} \\ &= 0.6476 \text{ Pa} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

2.2 利用圆片测定液体的粘度系数

并没有找到合适的使用圆环测定粘滞系数的可用模型, 另一方面实验室条件也无法测量圆片的内径和外径, 因此这里只记录三次投入的时间数据, 不进行粘度系数的测算。三次投入测得得时间分别为 4.26, 3.90, 4.10 秒。

3 实验讨论

根据表格查得蓖麻油在温度 27°C 时粘滞系数为 0.53, 在温度 28°C 时粘滞系数为 0.49。那么假设在这个区间内粘滞系数近似线性变化, 那么得到实验条件下参考蓖麻油粘滞系数为 0.51 左右。

表 4 多种物体测量粘滞系数的比较

	参考值	大球	中球	小球	圆柱体 (椭圆模型)
粘滞系数	0.51	0.5182	0.5194	0.5484	0.6476

实验误差主要来自于人用秒表计算的误差、投掷球时未等待液体完全静止造成涡流得干扰, 最后圆柱体计算误差较大, 原因是椭圆模型本身得估计误差。